

Параллелепипеды

1. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра $AB = 5$, $AD = 4$, $AA_1 = 9$. Точка O принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении 4:5, считая от вершины B .
 - а) Постройте сечение этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , O и C_1 .
 - б) Найдите площадь этого сечения.
2. Точка M - середина ребра BB_1 , куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 3. Найдите угол между прямыми $D_1 M$ и DC_1 .
3. В основании прямого параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ высотой 1 лежит ромб $ABCD$, у которого $AB = 4$ и $\angle A = 60^\circ$. Через ребро AB проведена плоскость, составляющая с плоскостью основания параллелепипеда угол 30° .
 - а) Постройте сечение параллелепипеда этой плоскостью.
 - б) Найдите площадь этого сечения.
4. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны основания равны 1, а боковые ребра равны 5. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE:EA_1 = 1:4$. Найдите угол между плоскостями ABC и BED_1 .
5. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра $AB=3$, $AD = AA_1 = 2$. Найдите угол между прямой $A_1 B_1$ и плоскостью $AB_1 D_1$.
6. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра $AB = 5$, $AD = 3$, $AA_1 = 8$. Точка R принадлежит ребру AA_1 , и делит его в отношении 3:5, считая от вершины A . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки B , R и D_1 .
1. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1 B_1 C_1$, стороны основания которой равны 2. Сечение, содержащее боковое ребро AA_1 , и проходящее через середину M ребра $B_1 C_1$ является квадратом. Найдите расстояние между прямыми $A_1 B$ и AM .
2. В основании прямой призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ лежит треугольник ABC , у которой $AC = BC = 10$ и $AB = 12$. Высота призмы $AA_1 = 9$. Точка K - середина ребра $B_1 C_1$. Найдите площадь сечения призмы плоскостью ACK .
3. У правильной треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$, сторона основания $AB = 5$, боковое ребро $AA_1 = 12$. Найдите синус угла между прямой BC_1 и плоскостью BCA_1 .
4. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$, стороны основания равны 3, боковые рёбра равны 4, точка D — середина ребра CC_1 . Найдите угол между плоскостями ABC и ADB_1 .
5. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все рёбра равны 2. Найдите расстояние от точки B до плоскости $FB_1 C_1$.

Треугольные пирамиды

1. Высота SO правильной треугольной пирамиды $SABC$ составляет $4/5$ от высоты SM боковой грани SAB . Найдите угол между плоскостью основания пирамиды и её боковым ребром.
2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC боковые рёбра равны 3, а стороны основания равны 2. Найдите расстояние от вершины A до плоскости SBC .
3. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды $SABC$ равно 10, а косинус угла ASB при вершине боковой грани равен $17/25$. Точка M - середина ребра SC . Найдите косинус угла между прямыми BM и SA .

4. Косинус угла между боковой гранью и основанием правильной треугольной пирамиды равен $\frac{1}{2\sqrt{6}}$. Найдите угол между двумя боковыми гранями пирамиды.

5. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 6, а боковые рёбра равны 8. На ребре AC находится точка D , на ребре AB находится точка E , а на ребре AM - точка L . Известно, что $CD = BE = LA = 2$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D и L .

6. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 6, а боковые рёбра равны 8. На ребре AC находится точка D , на ребре AB находится точка E , а на ребре AM - точка L . Известно, что $CD = BE = AL = 2$. Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью, проходящей через точки E, D и L .

7. В треугольной пирамиде $MABC$ основанием является правильный треугольник ABC , ребро MB перпендикулярно плоскости основания, стороны основания равны 6, а ребро MA равно $6\sqrt{2}$. На ребре AC находится точка D , а на ребре AB находится точка E . Известно, что $AD = 4, BE = 2$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D и середину ребра MA .

8. В треугольной пирамиде $MABC$ основанием является правильный треугольник ABC , ребро MB перпендикулярно плоскости основания, стороны основания равны 3, а ребро MA равно 5. На ребре AC находится точка D , на ребре AB находится точка E , а на ребре AM - точка L . Известно, что $AD = AL = 2$ и $BE = 1$. Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью, проходящей через точки E, D и L .

Четырёхугольные пирамиды

1. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ угол наклона бокового ребра к основанию равен 60° . Найдите угол между соседними боковыми гранями пирамиды.

2. У правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ сторона основания $AB = 6$, а боковое ребро $SA = 8$. На ребре AB отмечена точка K так, что сечение SKC пирамиды является равнобедренным треугольником ($SK = KC$). Найдите периметр этого сечения.

3. В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит квадрат со стороной 1, а боковое ребро SA , равное 3, перпендикулярно плоскости основания.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, перпендикулярной ребру SC и проходящей через точку A .

б) Найдите площадь этого сечения.

4. В основании четырёхугольной пирамиды лежит квадрат со стороной 3, а боковое ребро SA , равное 4, перпендикулярно плоскости основания. Плоскость, перпендикулярная ребру SC и проходящая через точку A , пересекает прямые SB, SC и SD в точках M, H и K соответственно. Найдите угол MHK .

5. В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 4, а боковые рёбра равны 8. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку B и середину ребра MD параллельно прямой AC .

6. В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 12, а боковые рёбра равны 24. Точка G принадлежит ребру MA , причём $MG:GA = 2:1$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки B и G параллельно прямой AC .